Алгебраическая теория чисел — раздел теории чисел, основная задача которого — изучение свойств целых элементов числовых полей.

В алгебраической теории чисел понятие числа расширяется, в качестве алгебраических чисел рассматривают корни многочленов с рациональными коэффициентами. При этом аналогом целых чисел выступают целые алгебраические числа, то есть корни унитарных многочленов с целыми коэффициентами. В отличие от целых чисел в кольце целых алгебраических чисел не обязательно выполняется свойство факториальности, то есть единственности разложения на простые множители.

Теория алгебраических чисел обязана своим появлением изучению диофантовых уравнений и в том числе попыткам доказать теорему Ферма. Куммеру принадлежит равенство

$x^n = z^n - y^n = \prod_{i=1}^{n}(z - a_i y)$, где a_i — корни степени n из единицы.

Таким образом Куммер определил новые целые числа вида $z + a_i y$. Позднее Лиувилль показал, что если алгебраическое число является корнем уравнения степени n, то к нему нельзя подойти ближе чем на Q^{-n}, приближаясь дробями вида P/Q, где P и Q — целые взаимно простые числа.

После определения алгебраических и трансцендентных чисел в алгебраической теории чисел выделилось направление, которое занимается доказательством трансцендентности конкретных чисел, и направление, которое занимается алгебраическими числами и изучает степень их приближения рациональными и алгебраическими.

Алгебраическая теория чисел включает в себя такие разделы, как теорию дивизоров, теорию Галуа, теорию полей классов, дзета- и L-функции Дирихле, и многое другое.

Одним из основных приёмов является вложение поля алгебраических чисел в своё пополнение по какой-то из метрик — архимедовой (например, в поле вещественных или комплексных чисел) или неархимедовой (например, в поле p-адических чисел).